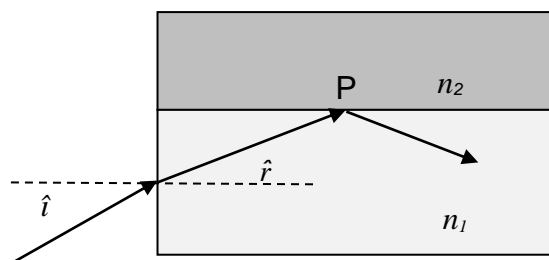


(1) Exercicios autoavaliabes

Datos: $1\text{eV} = 1,6 \cdot 10^{-19}\text{ J}$; $c = 3 \cdot 10^8\text{ m/s}$; $h = 6,626 \cdot 10^{-34}\text{ Js}$; $n_{\text{aire}} = 1$

- Determina a enerxía, en eV, correspondente a un fotón gamma de 10^{-14} m .
- Un obxecto que está situado no fondo dun recipiente con auga emite un raio luminoso que incide sobre a superficie da auga cun ángulo de 40° . Se o índice de refracción da auga é 1,333, e o do aire, 1:
 - Calcula o ángulo de refracción.
 - Acha a velocidade coa que sae o raio luminoso que se propaga pola auga.
- Que ocorrerá se o raio incidente é perpendicular á superficie de separación de dous medios?
- Producirase refracción se o ángulo de incidencia é próximo a 90° ?
- Un feixe fino de luz amarela do sodio de 589 nm pasa de propagarse no aire a facelo nun cristal de cuarzo. Cando o ángulo de incidencia é de 30° , obsérvase que o de refracción é de $18,9^\circ$. Determina:
 - O índice de refracción do cristal de cuarzo para esa luz.
 - A velocidade á que se propaga dita luz no cuarzo.
 - A lonxitude de onda no novo medio.
 - A frecuencia no novo medio.
- a) Que ocorrerá cando un feixe de luz incide con certo ángulo sobre unha superficie de separación de dous medios se o segundo ten menor índice de refracción? Podemos garantir que sempre se producirá refracción?
- Un raio de luz amarela de sodio propágase a través dunha fibra de vidro, cuxo índice de refracción é 1,52. Acha o ángulo de incidencia mínimo para que o raio experimente reflexión total no interior da fibra de vidro se o medio exterior é o aire.
- Unha superficie de cuarzo cuxo índice de refracción é igual a 1,46 ten encima unha capa de auga de índice 1,33. Unha luz amarela de sodio, cuxa lonxitude de onda no baleiro é de 589 nm, propágase polo cuarzo
 - Acha o ángulo límite para a reflexión total na interface cuarzo-auga.
 - Acha as lonxitudes de onda cando se propaga polo cuarzo e pola auga.
 - Cambia de cor a luz de sodio neses medios?
- Un raio de luz incide desde o aire ($n = 1$) sobre un bloque de vidro que posúe un índice de refracción $n_1 = 1,5$ con un ángulo de incidencia de 30° . Calcula: a) o ángulo de refracción \hat{r} . b) O valor que debe ter, como máximo, o índice n_2 do segundo vidro para que o raio alcance o punto P de separación con outro vidro diferente e se produza reflexión total?



Solucións

1. A enerxía correspondente ao fotón será:

$$E = hf = h \frac{c}{\lambda} = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{10^{-14} \text{ m}} = 1,99 \cdot 10^{-11} \text{ J}$$

Usando factores de conversión:

$$1,99 \cdot 10^{-11} \text{ J} \frac{1 \text{ eV}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = 1,24 \cdot 10^8 \text{ eV}$$

2. a) Aquí o medio 1 é a auga, e o 2, o aire, polo que, ao aplicar a lei de Snell, temos que:

$$n_1 \sin \hat{i} = n_2 \sin \hat{r}$$

e, substituíndo os datos:

$$1,333 \cdot \sin 40^\circ = 1 \cdot \sin \hat{r}$$

co que:

$$\sin \hat{r} = 0,857$$

Deste modo, o ángulo de refracción é de $58,96^\circ$.

Aquí pode comprobarse que, cando un feixe luminoso pasa dun ángulo de maior índice de refracción a outro de menor índice de refracción, o raio refractado alónxase da normal.

- b) A partir da definición do índice de refracción, podemos achar a velocidade de propagación mediante a expresión:

$$n = \frac{c}{v} \Rightarrow v = \frac{c}{n} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,33} = 2,25 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

3. Neste caso non se produce ningunha desviación do raio refractado. Demóstrase considerando a igualdade:

$$n_1 \sin \hat{i} = n_2 \sin \hat{r}$$

Se $\sin \hat{i} = 0$, debe cumprirse que $\sin \hat{r} = 0$, xa que os índices de refracción son sempre distintos de cero.

4. Se se producirá refracción, sempre que o índice de refracción do medio de incidencia sexa menor que o medio de refracción, como ocorre se o raio pasa do aire á auga, por exemplo. Nesas condicións, se $\text{sen } \hat{i} = 1 (\hat{i} = 90^\circ)$, entón:

$$n_1 = n_2 \text{sen } \hat{r} \Rightarrow \text{sen } \hat{r} = \frac{n_1}{n_2}$$

Como se observa, a existencia de que $\text{sen } \hat{r}$ poida valer como máximo 1 implica que $n_2 \geq n_1$.

5. a) Da lei de Snell despréndese que:

$$n_2 = \frac{n_1 \text{sen } \hat{i}}{\text{sen } \hat{r}} = 1,544$$

b) Da definición do índice de refracción obtemos o seguinte:

$$v_2 = \frac{c}{n_2} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{1,544} = 1,943 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

c) A lonxitude de onda no novo medio (cuarzo) obtense da expresión:

$$\lambda_2 = \lambda_1 \frac{n_1}{n_2} \Rightarrow \lambda_2 = 589 \cdot \frac{1}{1,544} = 381,59 \text{ nm}$$

d) A frecuencia é a mesma pois non varía ao cambiar de medio. Comprobámolo:

$$\text{Aire: } f = \frac{v}{\lambda} = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8}{589 \cdot 10^{-9}} = 5,1 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

$$\text{Cuarzo: } f = \frac{v}{\lambda} = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8}{381,59 \cdot 10^{-9}} = 5,1 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

6. Se o segundo medio ten un índice $n_2 < n_1$, entón, pola lei de Snell, $\text{sen } \hat{r} > \text{sen } \hat{i}$, é dicir, o ángulo de refracción é maior que o de incidencia. Pode chegar un momento no que $r = 90^\circ \rightarrow \text{sen } \hat{r} = 1$. Isto ocorrerá cando:

$$n_1 \text{sen } \hat{i} = n_2 \Rightarrow \text{sen } \hat{i} = \frac{n_2}{n_1}$$

Como $n_2 < n_1$ quere dicir que existe un ángulo de incidencia para o que xa non se produce refracción. Logo, non podemos garantir que sempre se produza refracción.

7. O ángulo de incidencia mínimo para que o raio experimente reflexión total interna é o mesmo que o ángulo crítico. Por tanto:

$$\operatorname{sen} \hat{r}_c = \frac{1}{n_2} = 0,658 \rightarrow \hat{r}_c = 41,14^\circ$$

8. a) Se o ángulo de incidencia do raio que se propaga polo cuarzo é igual ou superior ao ángulo crítico ou límite, producirase reflexión total. No caso dos dous medios citados, o ángulo límite ven dado por:

$$\operatorname{sen} \hat{r} = \frac{n_{\text{auga}}}{n_{\text{cuarzo}}}$$

Por tanto: $\hat{r}_c = 65,64^\circ$

b) As lonxitudes de onda e os índices de refracción nos respectivos medios son tales que:

$$n_{\text{baleiro}} \lambda_{\text{baleiro}} = n_{\text{cuarzo}} \lambda_{\text{cuarzo}}$$

Por tanto:

$$\lambda_{\text{cuarzo}} = \lambda_{\text{baleiro}} \frac{1}{n_{\text{cuarzo}}} = 403,42 \text{ nm}$$

A continuación esta luz incide sobre a auga, polo que se cumprirá que:

$$n_{\text{cuarzo}} \lambda_{\text{cuarzo}} = n_{\text{auga}} \lambda_{\text{auga}}$$

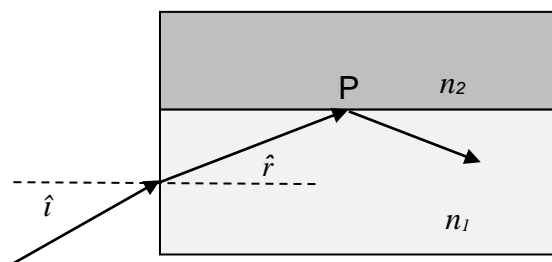
Substituíndo, obtemos:

$$\lambda_{\text{auga}} = \lambda_{\text{cuarzo}} \frac{n_{\text{cuarzo}}}{n_{\text{auga}}} = 441,86 \text{ nm}$$

que é o mesmo resultado que obteríamos tamén usando como medio o baleiro en lugar do cuarzo.

c) A cor non cambia ao pasar dun medio ao outro, pois depende da **frecuencia**, que **non sofre modificación ao atravesar a interface**. Por tanto, a variación da lonxitude de onda débese realmente á variación de velocidade e non á variación de frecuencia.

9.



De acordo coa lei de Snell: $n \cdot \sin i = n_1 \cdot \sin \hat{r}$, onde temos que $1 \cdot \sin 30 = 1,5 \cdot \sin \hat{r}$ polo que o ángulo de refracción vale:

$$\hat{r} = \arcsen(1/3) = 19,5^\circ$$

O ángulo de incidencia en P (que chamaremos \hat{r}') é o complementario do ángulo de refracción e vale $90 - 19,5 = 70,5^\circ$

Ao impor a condición de ángulo límite debe cumprir que:

$$n_1 \sin \hat{r}' = n_2 \sin 90 \quad 1,5 \cdot \sin 70,5 = n_2 \cdot \sin 90 \text{ polo que } n_2 = 1,41$$